

**(10.27) BEISPIEL:** für den Entzerrungsalgorithmus (modifizierter Gauß-Algorithmus)

Vorgelegt sei das LGS  $Ax = b$  mit

$$(A|b) = \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 & -1 & -2 \end{array} \right)$$

Bringe  $(A|b)$  durch elementare Zeilenumformungen auf Treppenform

$$(T(A), b') = \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Füge Nullzeilen geeignet ein

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

Ersetze 0 in der Hauptdiagonale durch  $-1$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{u} \end{array}$$

Die Lösungsmenge ist

$$\text{Lös}(\mathbf{A}, \mathbf{b}) = \{ \mathbf{u} + t_1 \mathbf{v}_1 + t_2 \mathbf{v}_2 \mid t_1, t_2 \in \mathbb{R} \}$$

$$= \left\{ \left( \begin{array}{c} 1 + 2t_1 + t_2 \\ -t_1 \\ -1 + t_2 \\ -t_2 \\ 2 \end{array} \right) \mid t_1, t_2 \in \mathbb{R} \right\}$$

Dabei bilden  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$  eine Basis des Lösungsraumes des zugehörigen homogenen LGS's  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}_5$ , und  $\mathbf{u}$  ist eine spezielle Lösung von  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ .