6. Übungsblatt

LINEARE ALGEBRA I (WS 2004/05)

Abgabe: Do. 25.11.2004, bis 13.00 Uhr

Gruppen 1–3 : Fach Nr. 11 (orangener Schrank Ebene D1)

Gruppen 4–5 : Fach Nr. 13 (orangener Schrank Ebene D1)

Schreiben Sie auf die erste Seite **gut** leserlich Namen, Vornamen, Matrikel–Nr. und Nr. Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Seiten zusammen!

17. Aufgabe: G_1 und G_2 seien Geraden mit den Parameterdarstellungen

$$G_i = \{\, \vec{x} \mid \vec{x} = \vec{a_i} + t\vec{b_i}\,,\ t \in \mathbb{R}\,\} \quad (i = 1, 2)\,,$$

wobei die Richtungsvektoren $\vec{b_1}$ und $\vec{b_2}$ vom Nullvektor verschieden sein sollen. Es gelte $\vec{b_1} \parallel \vec{b_2}$ und $G_1 \cap G_2 \neq \emptyset$. Beweise: $G_1 = G_2$.

Hinweis: Die Gleichheit der beiden Geraden bedeutet die Gleichheit der entsprechenden Punktmengen, es ist also die Gleichheit zweier Mengen nachzuweisen! (4)

18. Aufgabe: $\vec{v}$ und $\vec{w}$ seien beliebige Vektoren, und es sei $r \in \mathbb{R}$ beliebig. Beweise:

a) $(r\vec{v}) \times \vec{w} = r(\vec{v} \times \vec{w})$ **b)** $\vec{v} \times (r\vec{w}) = r(\vec{v} \times \vec{w})$.

Hinweis: Achte auf Sonderfälle! (3)

19. Aufgabe: Die Vektoren $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}$ seien linear unabhängig. Bestimme die Menge der gemeinsamen Punkte der Ebenen E_1 und E_2, die in der unten angegebenen Parameterform definiert sind. Wenn möglich, ist eine Parameterdarstellung der Schnittmenge anzugegeben.

$E_1 :\ \vec{x} = -\vec{v_2} + r_1\vec{v_1} + r_2(\vec{v_1} + 3\vec{v_2} + 7\vec{v_3}) \quad (r_1, r_2 \in \mathbb{R})$

$E_2 :\ \vec{x} = \vec{v_3} + s_1(2\vec{v_1} + \vec{v_2} + 4\vec{v_3}) + s_2(\frac{4}{7}\vec{v_1} + 2\vec{v_2}) \quad (s_1, s_2 \in \mathbb{R})$

Hinweis: Rechne mit rationalen Zahlen exakt und benutze keine Dezimalbrüche! (3)

20. Aufgabe: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ seien linear unabhängige Vektoren. Für jedes $\lambda \in \mathbb{R}$ sei eine Gerade $G_\lambda :\ \vec{x} = \vec{a} + r(\vec{b} - \lambda\vec{c}) \ (r \in \mathbb{R})$ in Parameterform gegeben.

a) Sei E die Ebene mit der Parameterdarstellung $\vec{x} = 4\vec{b} + s(\vec{a} + \vec{c}) + t(\vec{a} - \vec{c}) \ (s, t \in \mathbb{R})$. Beschreibe die Menge S der Schnittpunkte von E mit G_λ in Abhängigkeit von λ. Gib eine Parameterdarstellung von S an.

b) Sei F die Ebene $\vec{x} = \vec{c} + s(\vec{a} + \vec{b}) + t(\vec{a} - \underline{\vec{b}}) \ (s, t \in \mathbb{R})$. Gibt es für die Menge T der Schnittpunkte von F mit G_λ $(\lambda \in \mathbb{R})$ eine Darstellung wie in a)?

Hinweis: Alls Antworten sind natürlich zu begründen! (4)

Internet: http://math-www.uni-paderborn.de/˜ chris