

LINEARE ALGEBRA I (WS 2004/05)**Abgabe: Do. 25.11.2004, bis 13.00 Uhr**

Gruppen 1–3 : Fach Nr. 11 (orangener Schrank Ebene D1)

Gruppen 4–5 : Fach Nr. 13 (orangener Schrank Ebene D1)

Schreiben Sie auf die erste Seite **gut** leserlich Namen, Vornamen, Matrikel-Nr. und Nr. Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Seiten zusammen!

17. Aufgabe: G_1 und G_2 seien Geraden mit den Parameterdarstellungen

$$G_i = \{ \vec{x} \mid \vec{x} = \vec{a}_i + t\vec{b}_i, t \in \mathbb{R} \} \quad (i = 1, 2),$$

wobei die Richtungsvektoren \vec{b}_1 und \vec{b}_2 vom Nullvektor verschieden sein sollen. Es gelte $\vec{b}_1 \parallel \vec{b}_2$ und $G_1 \cap G_2 \neq \emptyset$. Beweise: $G_1 = G_2$.

Hinweis: Die Gleichheit der beiden Geraden bedeutet die Gleichheit der entsprechenden Punktmengen, es ist also die Gleichheit zweier Mengen nachzuweisen! (4)

18. Aufgabe: \vec{v} und \vec{w} seien beliebige Vektoren, und es sei $r \in \mathbb{R}$ beliebig. Beweise:

$$\text{a) } (r\vec{v}) \times \vec{w} = r(\vec{v} \times \vec{w}) \quad \text{b) } \vec{v} \times (r\vec{w}) = r(\vec{v} \times \vec{w}).$$

Hinweis: Achte auf Sonderfälle! (3)

19. Aufgabe: Die Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ seien linear unabhängig. Bestimme die Menge der gemeinsamen Punkte der Ebenen E_1 und E_2 , die in der unten angegebenen Parameterform definiert sind. Wenn möglich, ist eine Parameterdarstellung der Schnittmenge anzugeben.

$$E_1 : \vec{x} = -\vec{v}_2 + r_1\vec{v}_1 + r_2(\vec{v}_1 + 3\vec{v}_2 + 7\vec{v}_3) \quad (r_1, r_2 \in \mathbb{R})$$

$$E_2 : \vec{x} = \vec{v}_3 + s_1(2\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + 4\vec{v}_3) + s_2\left(\frac{4}{7}\vec{v}_1 + 2\vec{v}_2\right) \quad (s_1, s_2 \in \mathbb{R})$$

Hinweis: Rechne mit rationalen Zahlen exakt und benutze keine Dezimalbrüche! (3)

20. Aufgabe: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ seien linear unabhängige Vektoren. Für jedes $\lambda \in \mathbb{R}$ sei eine Gerade $G_\lambda : \vec{x} = \vec{a} + r(\vec{b} - \lambda\vec{c})$ ($r \in \mathbb{R}$) in Parameterform gegeben.

a) Sei E die Ebene mit der Parameterdarstellung $\vec{x} = 4\vec{b} + s(\vec{a} + \vec{c}) + t(\vec{a} - \vec{c})$ ($s, t \in \mathbb{R}$). Beschreibe die Menge S der Schnittpunkte von E mit G_λ in Abhängigkeit von λ . Gib eine Parameterdarstellung von S an.

b) Sei F die Ebene $\vec{x} = \vec{c} + s(\vec{a} + \vec{b}) + t(\vec{a} - \vec{b})$ ($s, t \in \mathbb{R}$). Gibt es für die Menge T der Schnittpunkte von F mit G_λ ($\lambda \in \mathbb{R}$) eine Darstellung wie in a)?

Hinweis: Alle Antworten sind natürlich zu begründen! (4)