5. Übungsblatt

LINEARE ALGEBRA I (WS 2004/05)

Abgabe: Do. 18.11.2004, bis 13.00 Uhr

Gruppen 1–3 : Fach Nr. 11 (orangener Schrank Ebene D1)

Gruppen 4–5 : Fach Nr. 13 (orangener Schrank Ebene D1)

Schreiben Sie auf die erste Seite **gut** leserlich Namen, Vornamen, Matrikel–Nr. und Nr. Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Seiten zusammen!

12. Aufgabe: Die drei Punkte A, B und C mit den Ortsvektoren $\vec{a}, \vec{b}$ bzw. $\vec{c}$ seien nichtkollinear. Beweise, daß die Vektoren $\vec{c} - \vec{a}$ und $\vec{b} - \vec{a}$ nicht parallel sind. (2)

13. Aufgabe: A, B und C seien drei nichtkollineare Punkte. Δ sei das Dreieck mit den Eckpunkten A, B und C. Setze: $N := A$ (Ursprung), $\vec{b} := \vec{AB}, \vec{c} := \vec{AC}$ und S sei der Punkt mit dem Ortsvektor $\frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$.

a) Stelle die Gleichungen der Seitenhalbierenden s_A, s_B, s_C von Δ durch die Punkte A, B bzw. C auf.

b) Zeige, daß S auf allen drei Seitenhalbierenden liegt.

c) Begründe, daß S jede Seitenhalbierende im Verhältnis 2 : 1 teilt. (5)

14. Aufgabe: Die Vektoren $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}$ seien paarweise linear unabhängig. Untersuche, ob die Vektoren $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}$ linear unabhängig sind. (Hinweis: Beweis oder Gegenbeispiel!) (2)

15. Aufgabe: Die Vektoren $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}$ seien linear unabhängig. Bilde die folgenden Linearkombinationen:

a) $\vec{w_1} = 4\vec{v_1}$, $\vec{w_2} = 2\vec{v_1} + 2\vec{v_2} + 2\vec{v_3}$, $\vec{w_3} = 7\vec{v_2} - \vec{v_3}$

b) $\vec{w_1} = \vec{v_1} + \vec{v_2} + \vec{v_3}$, $\vec{w_2} = \vec{v_2} - \vec{v_3}$, $\vec{w_3} = 7\vec{v_2} - 7\vec{v_3}$

Untersuche jeweils in a) und b), ob die Vektoren $\vec{w_1}, \vec{w_2}, \vec{w_3}$ linear unabhängig sind oder nicht. Die Antworten sind natürlich zu begründen! (3)

16. Aufgabe: $\vec{v}, \vec{w}$ seien Vektoren. Beweise:

a) $|\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle| \leq \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{w}\|$

b) $\|\vec{v} + \vec{w}\| \leq \|\vec{v}\| + \|\vec{w}\|$ (Dreiecksungleichung)

(Hinweis: Für reelle Zahlen $a, b \geq 0$ gilt: $a \leq b \iff a^2 \leq b^2$) (3)

Hinweis: Es gilt $\|\,\vec{v}\,\| = \sqrt{\langle\,\vec{v}, \vec{v}\,\rangle}$

Internet: http://math-www.uni-paderborn.de/˜ chris